TRACTION

QU'EST QU'UNE POUTRE ?

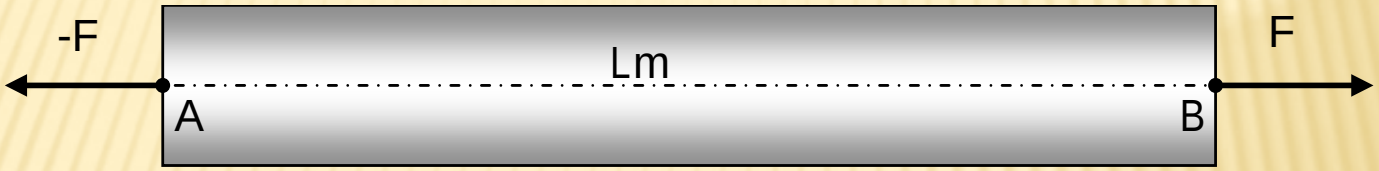
On appelle « poutre » un solide engendré par des surfaces, appelées « sections droites », telles que :

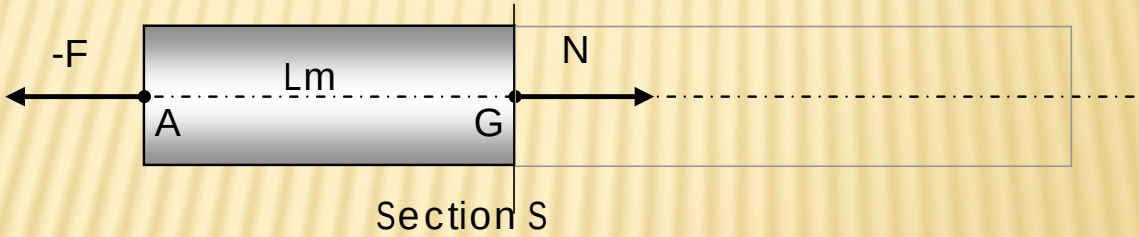
- **Élastique** (le matériau reprend sa forme initiale après un cycle chargement déchargement),
- **Linéaire** (les déformations sont proportionnelles aux contraintes),
- **Homogène** (le matériau est de même nature dans toute sa masse),
- **Isotrope** (les propriétés du matériau sont identiques dans toutes les directions)

Définitions

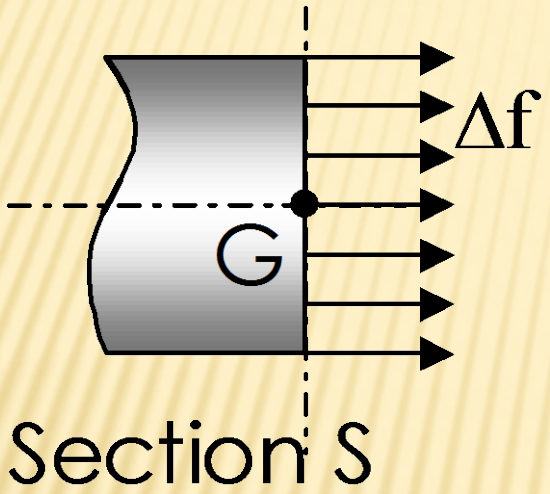
Une poutre est sollicitée en traction lorsque le torseur de cohésion s'écrit:

$$\{\tau_{Coh}\} = \begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$$


-F
Lm
F
A
B


-F
Lm
N
A
G
Section S

CONTRAINTE NORMALE



- Chaque élément de surface ΔS supporte un effort de traction Δf parallèle à la ligne moyenne.
- Il y a répartition uniforme des contraintes dans la section droite. D'où :

$$\sigma = \frac{N}{S}$$

σ : Contrainte normale en MPa ou en N/mm^2

N : effort normal en N

S : aire de la section droite en mm^2

EXERCICE

- on schématise la tige de piston par un cylindre de diamètre d= 30 mm soumis aux actions mécaniques

- F = 25 000 N

- Déterminer la $\sigma_{\text{réelle}}$

RÉPONSE

$\sigma_{\text{réelle}} = N/S \Rightarrow s = 25000/ p*15^2 = 35.4$ MPa

CONDITION DE RÉSISTANCE

- Soient :
  - R_e la résistance élastique du matériau (en MPa) ;
  - s un coefficient de sécurité (s>1);
  - R_{pe} la résistance pratique à l'extension, avec

$$R_{pe} = \frac{R_e}{s}$$

- Alors, la condition de résistance s'écrit :

$$\sigma_{maxi} = N/S \leq R_{pe} = Re/s$$

EXERCICE (SUITE):

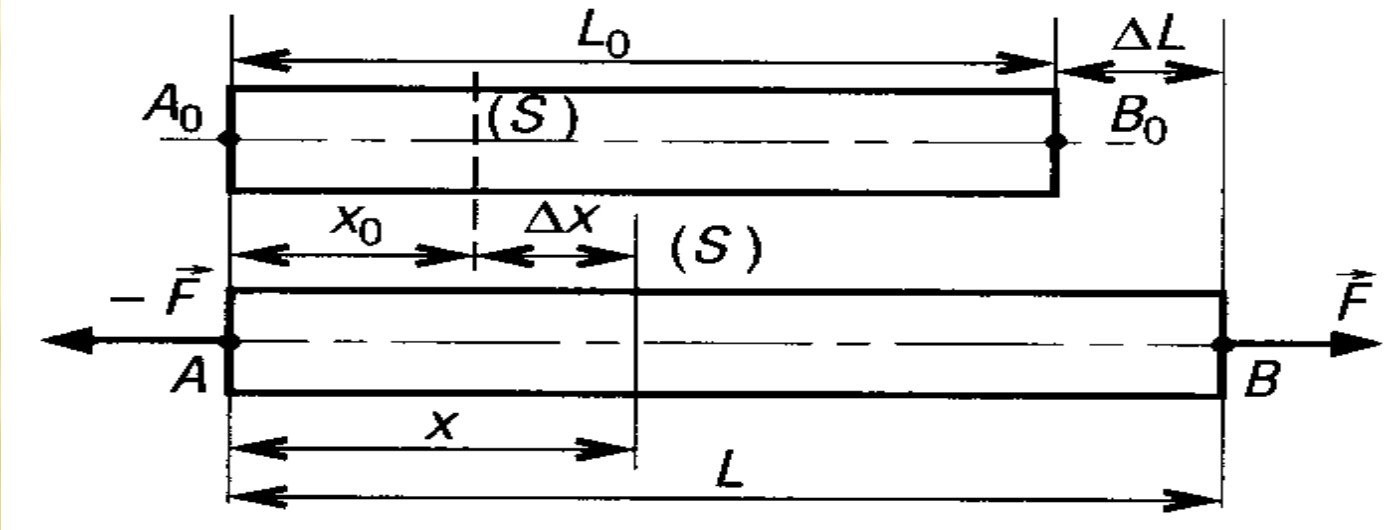
- la limite élastique du matériau est R_e = 360 MPa
- En déduire le coefficient de sécurité adopté

RÉPONSE

- $\sigma_{réelle} \leq s_e/s*k$ soit $s \leq s_e / \sigma_{réelle}*k$ => ici nous n'avons pas de concentration de contrainte k=1
- Donc $s \leq 360/35,4 = 10 \Leftrightarrow s=10$

DÉFORMATION

- Soient :
  - L_0 : longueur initiale de la poutre (en mm)
  - L : longueur de la poutre après déformation (en mm)
  - $\Delta L = L - L_0$: Allongement de la poutre (en mm)
  - ε : Allongement relatif de la poutre (sans unité)



En mm

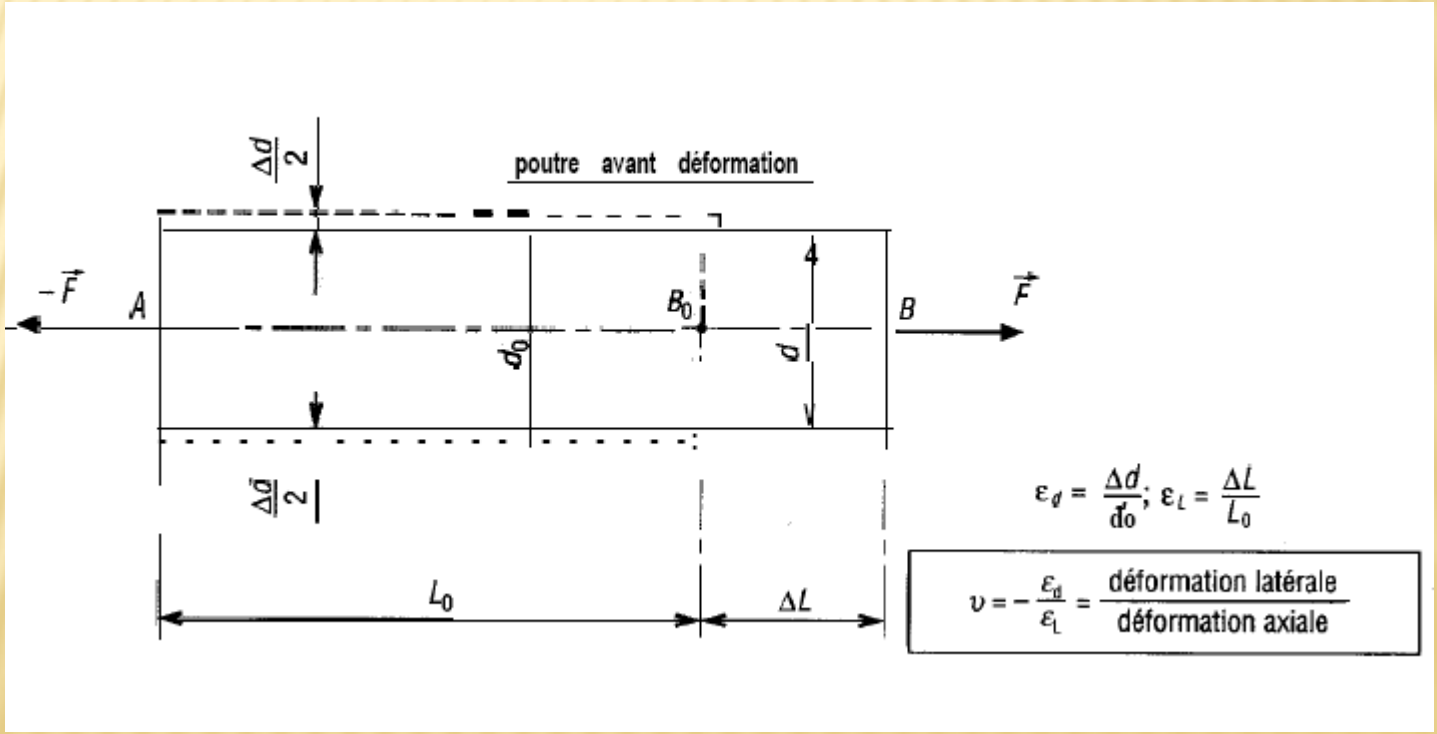
$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

Sans unité

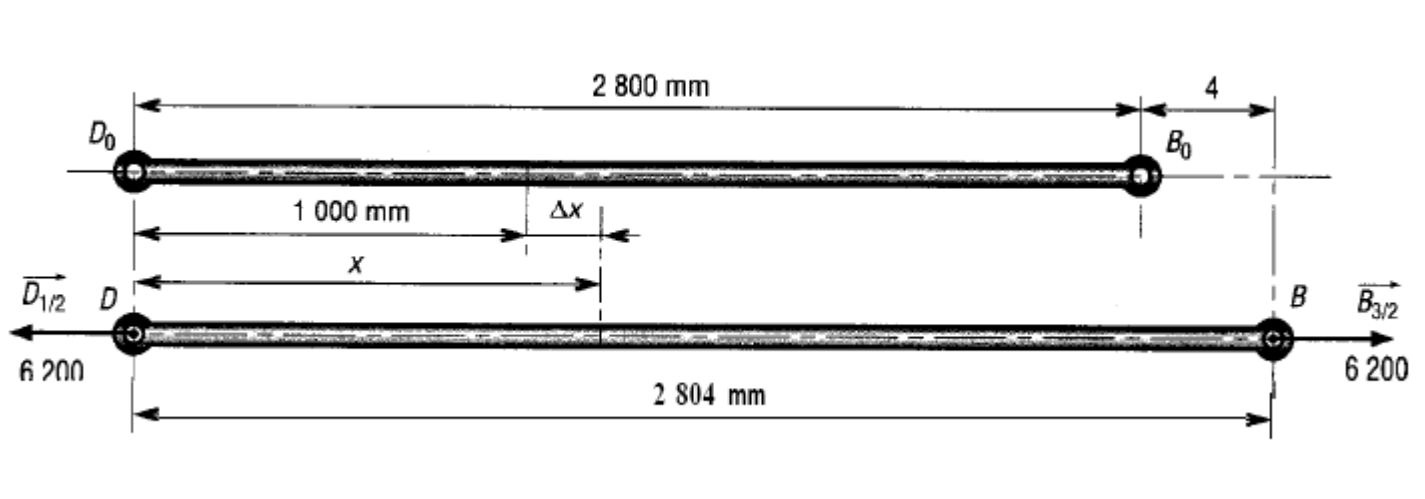
En mm

- En déformation élastique, la contrainte σ varie linéairement en fonction de l'allongement relatif ε_σ.

- Contraction latérale – Coefficient de Poisson ν le coefficient de Poisson caractérise le rapport entre la contraction latérale ε_d et l'allongement relatif de la poutre ε_l



EXERCICE



Sous charge, le tirant s'allonge de 4 mm.

Déterminez ε et l'allongement d'un tronçon de longueur 1 m.

RÉPONSE

$\varepsilon = 4/2800 = 0{,}00143 = \Delta x/x = \Delta x/1000$

d'où $\Delta x = 1{,}43$ mm et $x = 1001{,}43$ mm

Si la barre est en acier avec un coefficient de poisson ν=0, 3 et un diamètre initial $\varnothing d_0$ de 30 mm, déterminons la contraction latérale Δd et le diamètre final $\varnothing d$ sous charge.

RÉPONSE

- $\nu = 0{,}3 = -(\varepsilon_d/\varepsilon_l) = -(\Delta d/d_0)/0{,}00143) = -(\Delta d/30)/0{,}00143)$

D’ où $\Delta d = -\ 0{,}3 \times 0{,}00143 \times 30 = -0{,}013$ mm

$\Delta d = d - d_0 = -\ 0{,}013$ mm et $d = d_0 - 0{,}013 = 29{,}987$ mm

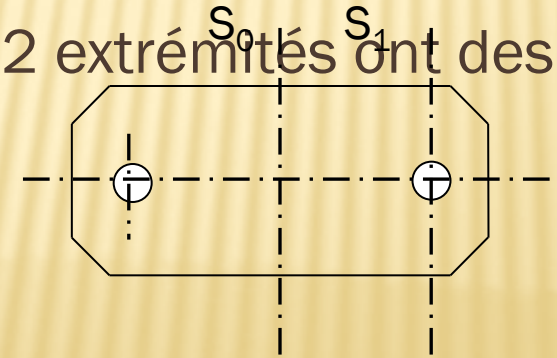
LOI DE HOOKE :

$$\sigma = E.\varepsilon_{\sigma}$$

- σ : contrainte normale en Mpa ou N/mm^2
- E : module d'élasticité longitudinale (module d'Young) en MPa
- ε_{σ}: allongement relatif (pas d'unité)

EXERCICE :

- le constructeur a choisi de réaliser les bielles en acier E 330
- Cet acier a pour caractéristiques R_e = 330 MPa et R = 600 MPa
- on retiendra pour cette étude une valeur maximun, du module de l'effort de traction exercé sur une bielle, égale à 13000 N
- Une bielle a une épaisseur de 6 mm et une largeur de 25 mm
- Les alésages aux 2 extrémités ont des diamètres de 12 mm



- a) Déterminer la contrainte normale dans la section S_o
- b) Déterminer la valeur du coefficient de sécurité adopté au niveau de la section S_1
- c) en appliquant la loi de Hooke, évaluer l'allongement de la bielle. Pour ce calcul approché, on prendra :
  - l_0 = 65 mm
  - E = 200 000 MPa

RÉPONSE:

a) $\sigma_{\text{réelle}} = N/S \Rightarrow \sigma_{\text{réelle}} = 13000/25*6 = 86{,}7$ MPa

b) On peut écrire $N/S1 \leq \sigma_e/s*k \Leftrightarrow s \leq \sigma_e * S1/N*k$

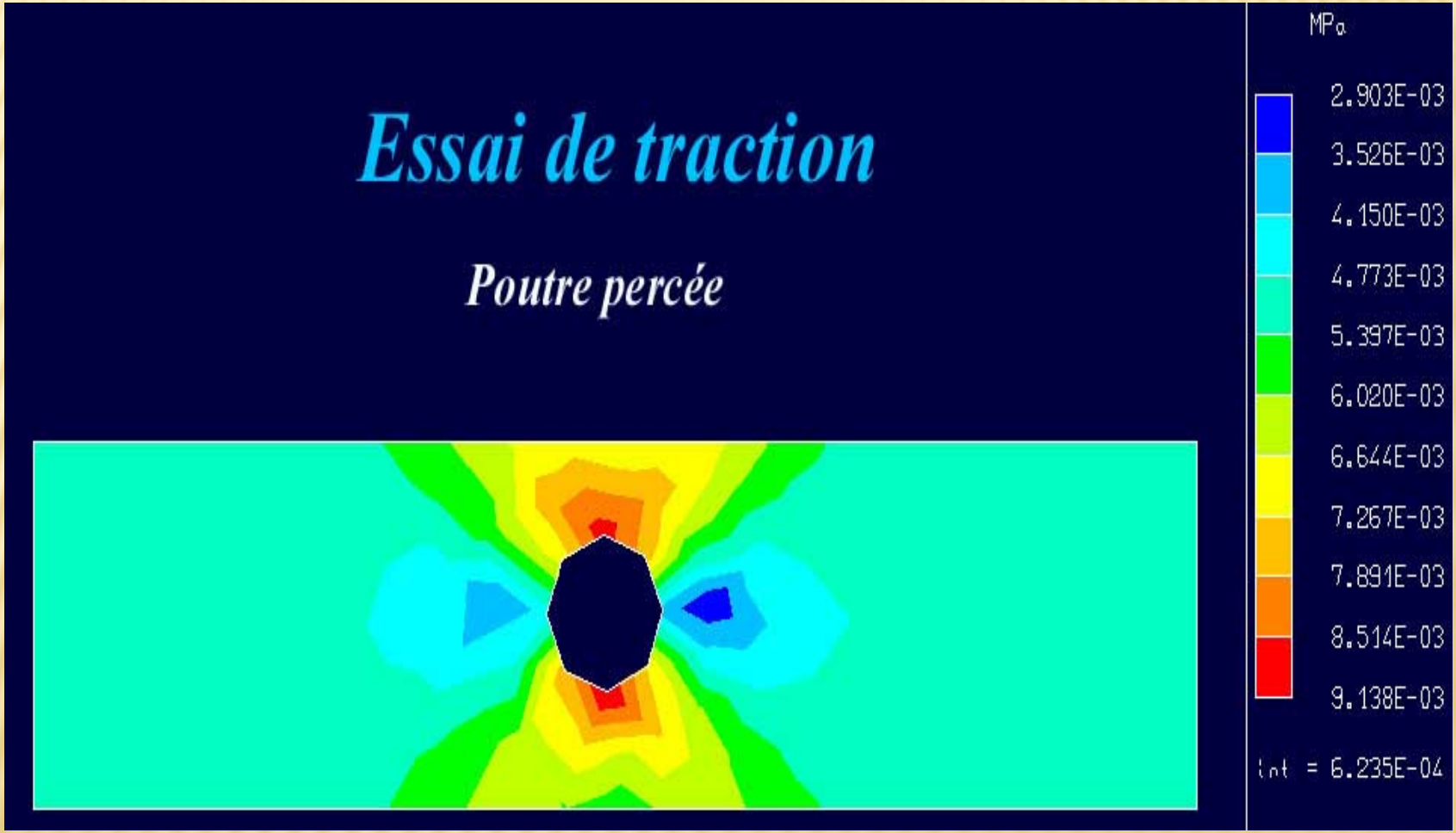
Ici, pas de concentration contrainte donc k =1

$s \leq 330*6*(25-12)/13000 = 2$

c) $\sigma = E.\varepsilon_\sigma$ ou encore $N/S = E*\Delta L/l_0$ donc $\Delta L = N*l_0/E*S = 13000*65/200\,000*25*6 = 0{,}03$ mm

PHÉNOMÈNE DE CONCENTRATION DE CONTRAINTE

- Lorsqu'une poutre possède une variation brusque de sa section, les hypothèses de la Résistance des matériaux ne sont plus vérifiées. En traction, la répartition de la **contrainte normale σ n'est plus uniforme.** L'essai de traction ci-dessous, a été réalisé sur une poutre de section rectangulaire, percée d'un trou cylindrique :


Essai de traction
Poutre percée
MPa
2.903E-03
3.526E-03
4.150E-03
4.773E-03
5.397E-03
6.020E-03
6.644E-03
7.267E-03
7.891E-03
8.514E-03
9.138E-03
Int = 6.235E-04

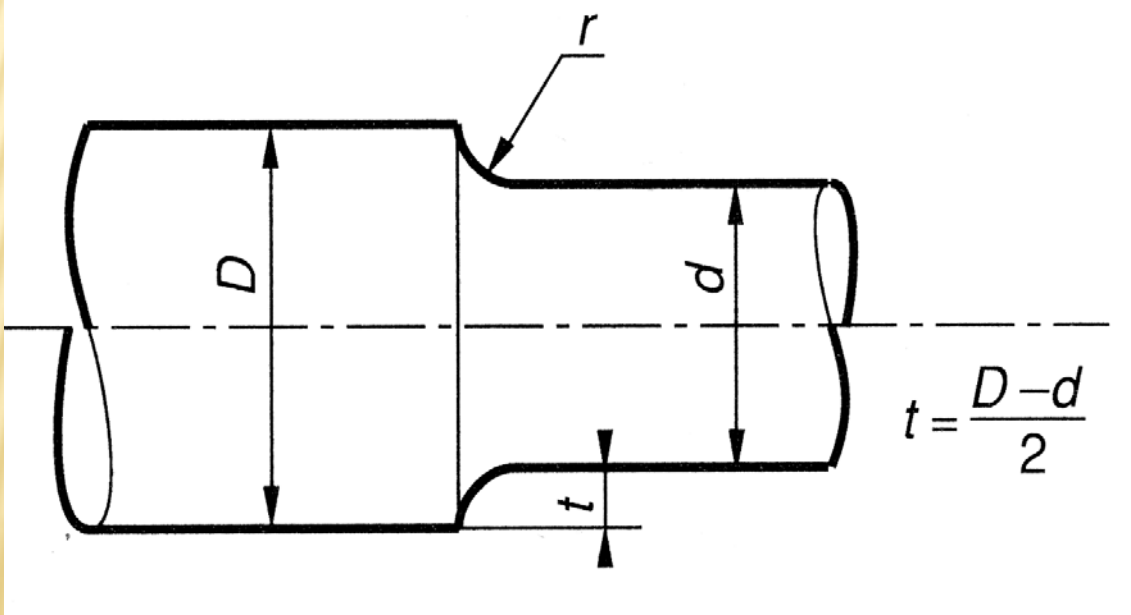
- Loin du perçage, la contrainte normale vaut 4,15 10^{-3} MPa. Par contre, à proximité de ce même perçage (zone rouge) la contrainte normale grimpe à 9,138 10^{-3} MPa, soit un peu plus du double de la valeur précédente.

$$\sigma_{nominale} = \frac{N}{S} \quad d'où \quad \sigma_{\max i} = K_t . \sigma_{nominale}$$

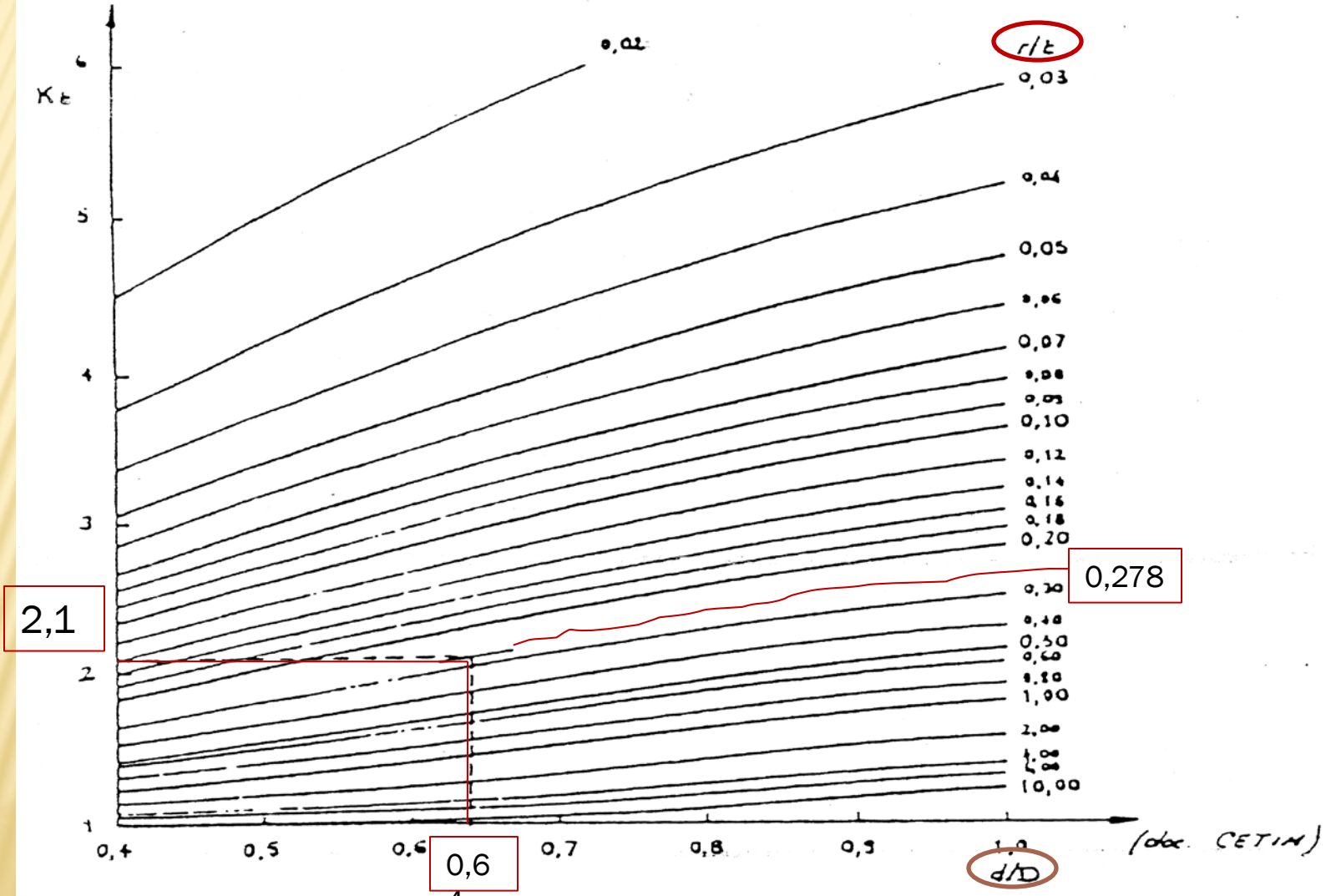
$$Condition \ \ de \ \ résistance : \ \ \sigma_{\max i} < R_{pe}$$

EXEMPLE :

- D= 100, d=64, r=5
- N = 5000 daN



ARBRE ÉPAULÉ EN TRACTION

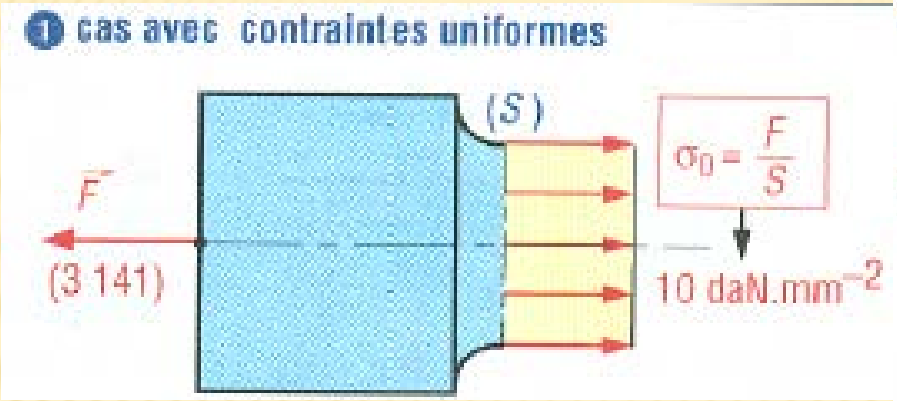


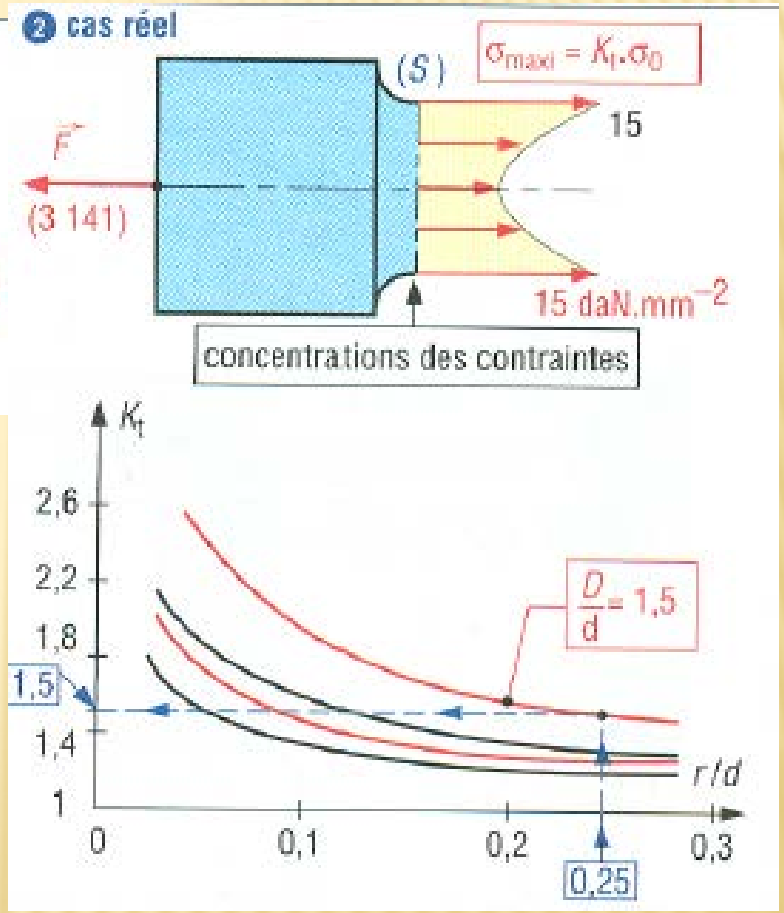
RÉPONSE:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d}{D}&=\frac{64}{100}=0,64\\ \frac{r}{t}&=\frac{2.r}{D-d}=\frac{10}{100-64}=0,278\end{aligned}\right\}K_t=2,1$$

$$\sigma_{nominale}=\frac{4\times 5000}{\pi\times 64^2}=1,55\ \ daN/mm^2$$

$$\sigma_{\max i}=K_t\times\sigma_{nominale}=2,1\times 1,55=3,26\ \ daN/mm^2$$





$$\sigma_0 = \frac{F}{S} = \frac{3\,141}{\pi \,.\, 10^2} = \frac{3\,141}{314,1} = 10 \text{ daN.mm}^2$$

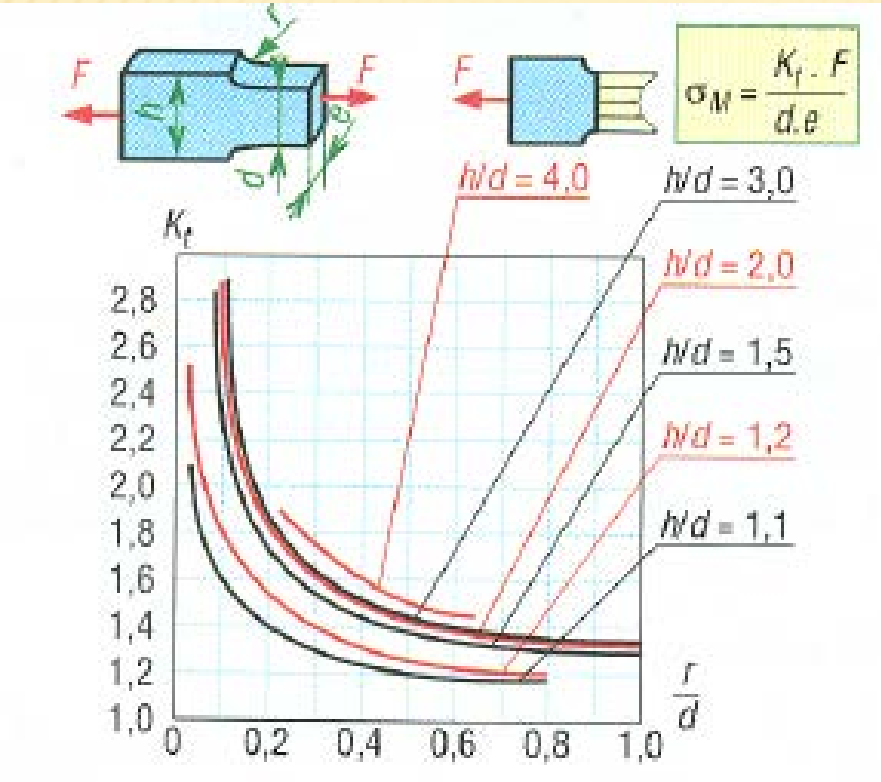
$$\frac{D}{d} = \frac{30}{20} = 1,5$$

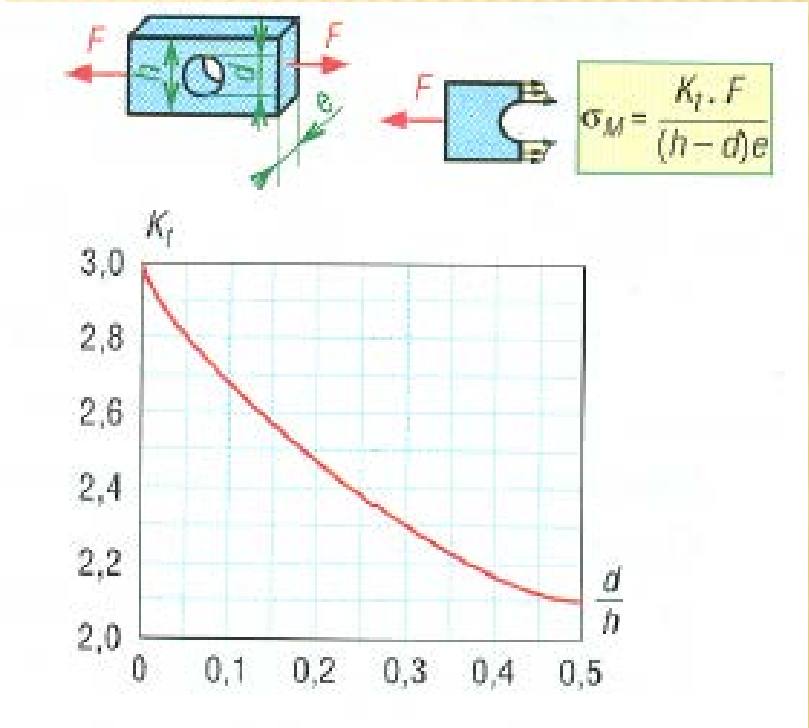
$$\frac{r}{d} = \frac{5}{20} = 0,25$$

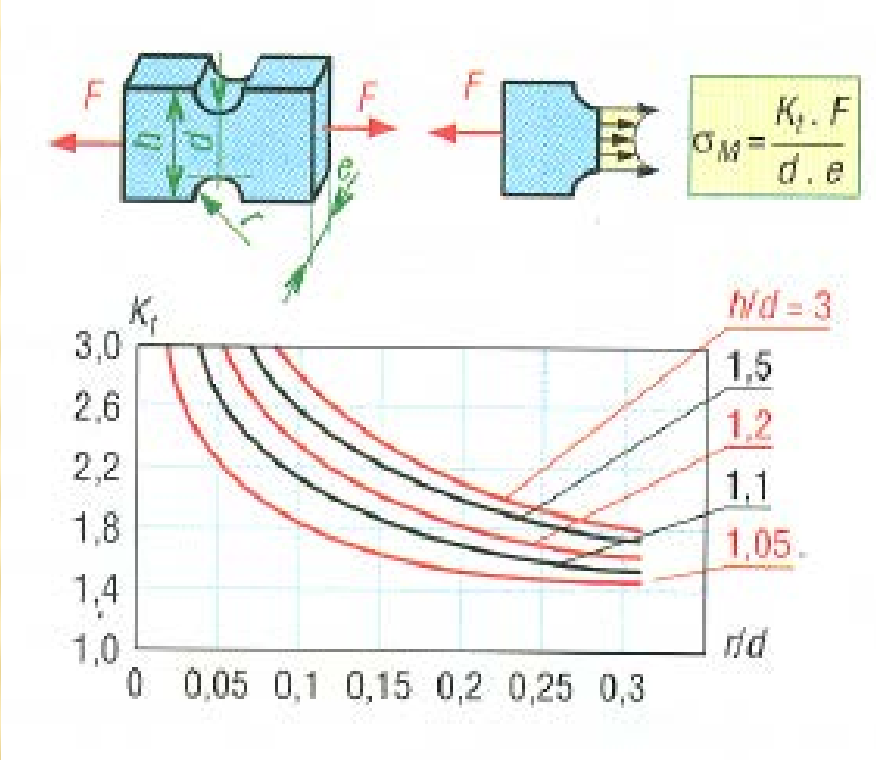
$\Longrightarrow$ La valeur de K_t est déterminée avec le graphe indiqué. $K_t = 1,5$

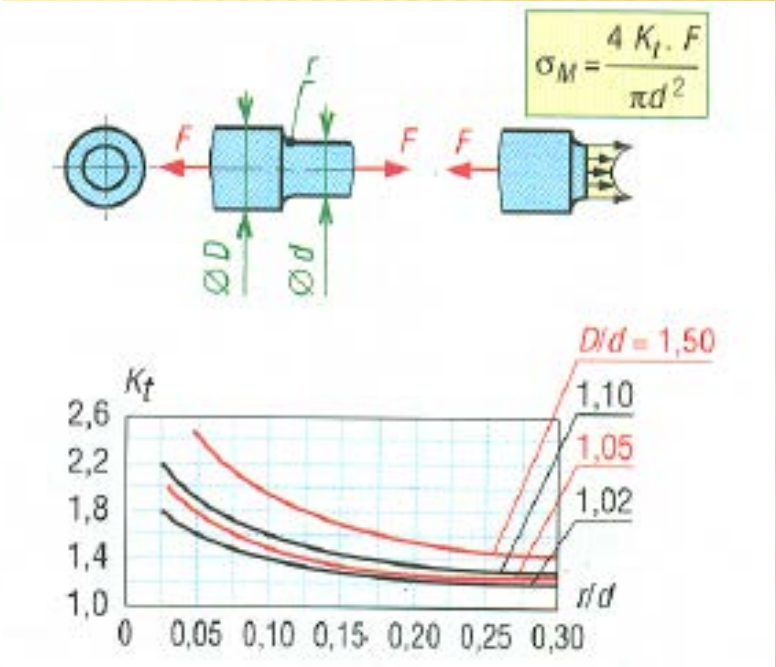
La contrainte est maximale à la périphérie de S, pour toute la circonférence de ∅ 20 et a pour valeur :

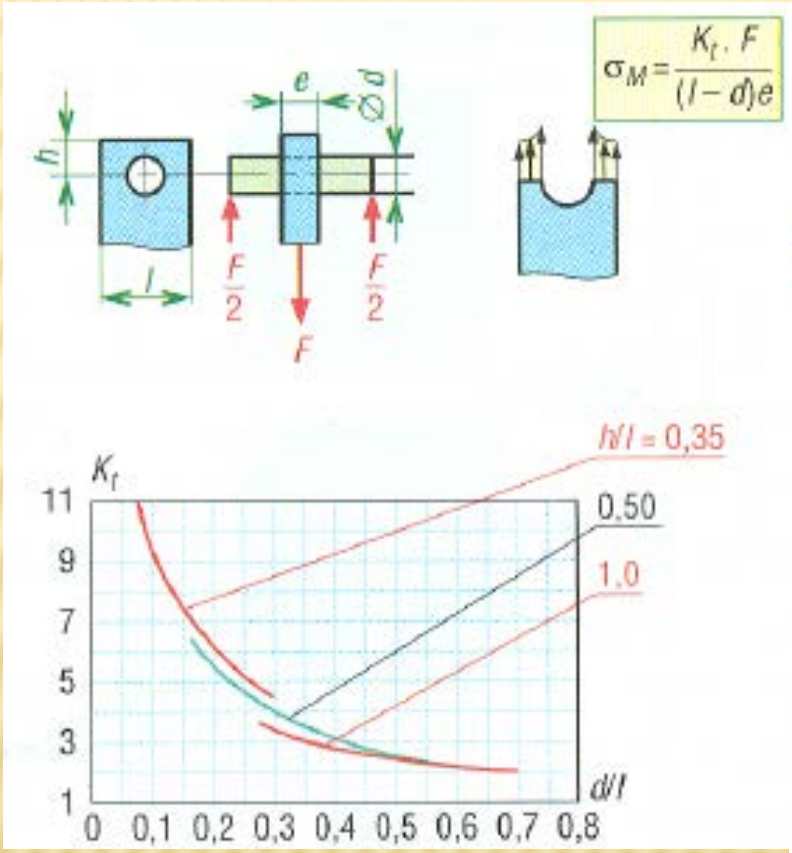
$\sigma_{maxi} = K_t \,.\, \sigma_0 = 1,5.10 = 15$ daN.mm^{-2}.

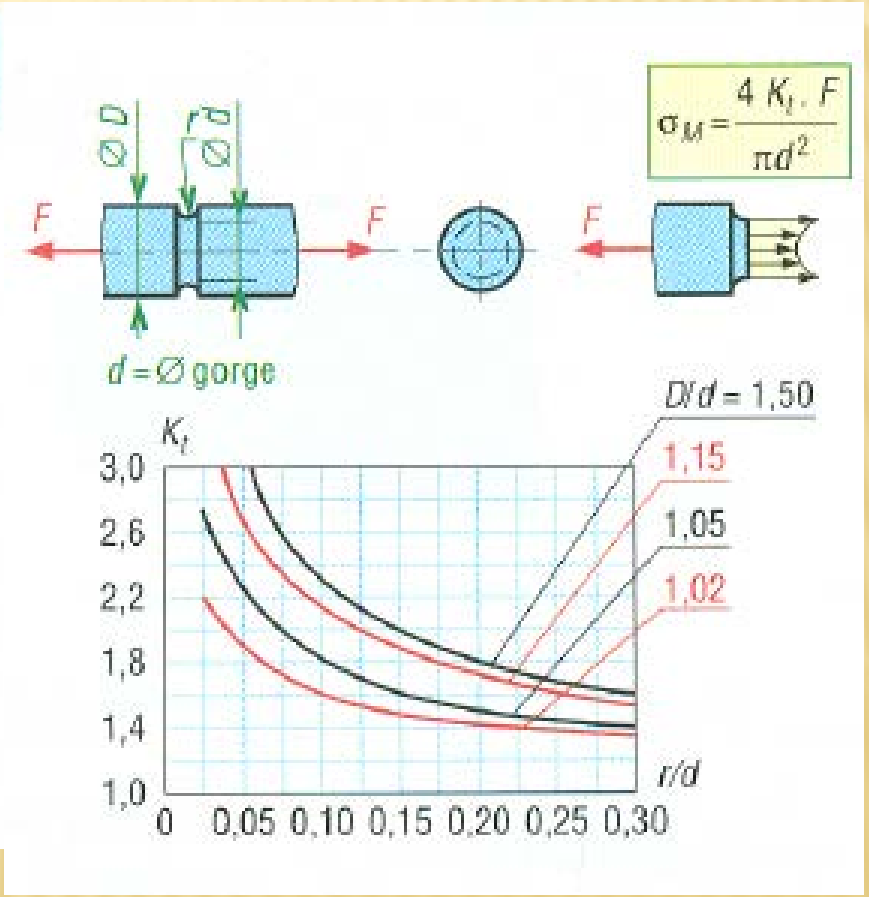

F
F
F
$\sigma_M = \frac{K_t \cdot F}{d.e}$
h/d = 4,0
h/d = 3,0
h/d = 2,0
h/d = 1,5
h/d = 1,2
h/d = 1,1
K_t
2,8
2,6
2,4
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
$\frac{r}{d}$


F
F
F
$\sigma_M = \frac{K_t \cdot F}{(h-d)e}$
K_t
3,0
2,8
2,6
2,4
2,2
2,0
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
$\frac{d}{h}$


F
F
F
$\sigma_M = \frac{K_t \cdot F}{d \cdot e}$
K_t
3,0
2,6
2,2
1,8
1,4
1,0
0
0,05
0,1
0,15
0,2
0,25
0,3
r/d
h/d = 3
1,5
1,2
1,1
1,05


$\sigma_M = \frac{4 K_t \cdot F}{\pi d^2}$
F
F
F
r
Ø D
Ø d
K_t
2,6
2,2
1,8
1,4
1,0
0
0,05
0,10
0,15
0,20
0,25
0,30
r/d
D/d = 1,50
1,10
1,05
1,02


$\sigma_M = \frac{K_t \cdot F}{(l-d)e}$
e
∅d
h
l
F/2
F/2
F
K_t
h/l = 0,35
0,50
1,0
d/l
11
9
7
5
3
1
0 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8


$\sigma_M = \frac{4 K_t \cdot F}{\pi d^2}$
∅D
∅d
r
F
F
F
d = ∅ gorge
D/d = 1,50
1,15
1,05
1,02
K_t
3,0
2,6
2,2
1,8
1,4
1,0
r/d
0 0,05 0,10 0,15 0,20 0,25 0,30